آزمون گرافیکی من کندال

به‌منظور وارسی وجود روند و تعیین نوع آن، شناسایی روندهای مقطعی و کوتاه‌مدت، نقاط جهش و نقاط شروع روند از روش **مان - کندال**[1] مقطعی استفاده می‌شود. جهت شناسایی روندهای جزئی و کوتاه‌مدت، نقاط جهش و نقاط شروع روند سری زمانی از نمودار سری زمانی بر حسب مقادیر U(t) و U'(t) استفاده می‌گردد. برای ترسیم نمودار سری زمانی مقادیر متوالی، آماره‌های U(t) و U'(t) با استفاده از آزمون من- کندال محاسبه می‌شود. برای محاسبه این آزمون به طور کلی ۱۲ مرحله محاسباتی وجود دارد که ۶ مرحله برای محاسبه U(t) و شش مرحله برای محاسبه U'(t) نیاز است. به طور کلی مراحل انجام این آزمون به شرح زیر است:

مرحله اول: تعین رتبه بندی برای متغیرها(R)

مرحله دوم: تعداد اعداد بزرگتر از هر رتبه به طرف ردیف‌های بالاتر از ردیف خود محاسبه می‌شود. این مرحله (t_i) نامیده می‌شود.

مرحله سوم: برای محاسبه این مرحله (E_i) از طریق فرمول زیر استفاده می‌کنیم. تابع توزیع آن در شرایطی که فرض صفر حاکم باشد از لحاظ مجانبی با میانگین و واریانس برابر است:

$E_i = \frac{Row * (Row - 1)}{4}$	

در این مرحله شماره ردیف هر متغیر را ابتدا از عدد یک کم سپس در شماره ردیف همان متغیر ضرب و جواب حاصله را بر ۴ تقسیم می‌کند:

مرحله چهار: برای محاسبه واریانس (V_i) به طریق زیر عمل خواهیم کرد:

$V_i = \frac{\big(Row * (Row - 1)\big) * (2 * Row + 5)}{72}$	

این فرمول این را بیان می‌کند که شماره ردیف هر متغیر را از یک کم و در شماره ردیف همان متغیر ضرب سپس نتایج را در دو برابر شماره ردیف به اضافه پنج ضرب و بر ۷۲ تقسیم می‌کند.

مرحله پنجم: تراکم تجمعی مرحله (t_i) را حساب می‌کند. یعنی هر عدد را با عدد مابعد خود جمع می‌کند. این مرحله (Zt_i) نامیده می‌شود.

مرحله ششم: در صورت وجود روند در جهت مشخص این آزمون فقط در شکل دو طرفه آن دقیق است. ازاین‌رو فرض صفر برای مقادیر بالای | U(t)| رد می‌گردد. برای به‌دست آوردن U(t) از معادله زیر استفاده می‌شود:

$U(t) = \frac{(Zt_i - E_i)}{V_i^{0.5}}$	

تا این شش مرحله فقط محاسبات U(t) می‌باشد.

برای تعیین زمان وقوع تغییر لازم است علاوه بر U(t)، مؤلفه U'(t) نیز محاسبه می‌شود که ابتدا باید امید ریاضی معکوس و واریانس معکوس را از رابطه زیر به‌دست آورد حالا برای برای محاسبه U'(t) باید شش مرحله به شرح

[1] Man-Kendal

بالا برای $U'(t)$ هم حساب کنیم. در این روش، مقادیر متوالی از مقدار U_i و U'_i حاصله از آزمون من-کندل به‌صورت گرافیکی نمایش داده می‌شود که اگر مقادیر U_i و U'_i از منحنی‌ها چندین بار روی همدیگر قرار بگیرند روند یا تغییری وجود نخواهد داشت ولی در جایی که منحنی‌ها همدیگر را قطع می‌کنند منحنی‌ها محل شروع روند یا تغییرات را به‌صورت تقریبی به نمایش می‌گذارند. اگر منحنی‌ها همدیگر را در داخل محدوده بحرانی قطع کنند نشانه زمان آغاز تغییر ناگهانی و درصورتی‌که خارج از محدوده بحرانی همدیگر را قطع کنند بیانگر وجود روند در سری‌های زمانی است.

مرحله اول: در این مرحله همانند مرحله $U(t)$ رتبه بندی می‌کنیم که برای این منظور رتبه‌های متغیرها را از پایین به بالا می‌نویسیم سپس فرمول محاسبه مرحله دو تا شش U'_i دقیقیا مثل مرحله دو تا شش $U(t)$ حساب می‌کنیم. برای اینکه مطلب جابیفتن به مثال زیر توجه کنید:

در این جدول فقط شش مرحله محاسبه $U(t)$ آورده شده است. مراحل محاسبه U'_i در جدول شماره بعدی آورده شده است.

جدول --: مراحل محاسبه $U(t)$ برای دمای ایستگاه دوگنبدان

		اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم
Row	Tem	rank	t_i	E_i	V_i	Zt_i	U(t)
1	16.4	12	0	0	0.000	0	0.000
2	16.9	20	1	0.5	0.250	1	1.000
3	16.3	7	0	1.5	0.917	1	-0.522
4	16.2	6	0	3	2.167	1	-1.359
5	16.9	20	4	5	4.167	5	0.000
6	15.8	2	0	7.5	7.083	5	-0.939
7	16.3	7	3	10.5	11.083	8	-0.751
8	16.7	16	5	14	16.333	13	-0.247
9	15.9	3	1	18	23.000	14	-0.834
10	16.8	17	7	22.5	31.250	21	-0.268
11	17	24	10	27.5	41.250	31	0.545
12	17.1	25	11	33	53.167	42	1.234
13	17.2	27	12	39	67.167	54	1.830
14	16.1	5	2	45.5	83.417	56	1.150
15	16.3	7	6	52.5	102.083	62	0.940
16	17.8	30	15	60	123.333	77	1.531
17	16.6	14	8	68	147.333	85	1.401
18	16.9	20	13	76.5	174.250	98	1.629
19	15.2	1	0	85.5	204.250	98	0.875
20	17.1	25	17	95	237.500	115	1.298

21	17.2	27	19	105	274.167	134	1.751
22	16.3	7	8	115.5	314.417	142	1.494
23	16.3	7	9	126.5	358.417	151	1.294
24	16	4	3	138	406.333	154	0.794
25	16.9	20	18	150	458.333	172	1.028
26	16.4	12	12	162.5	514.583	184	0.948
27	16.6	14	14	175.5	575.250	198	0.938
28	16.8	17	17	189	640.500	215	1.027
29	17.6	29	27	203	710.500	242	1.463
30	16.8	17	18	217.5	785.417	260	1.516

برای محاسبه U'_i همان طوری که اشاره شده است فقط کافیسیت که رتبه ها را از پایین به بالا مرتبه سپس مراحل دو تا شش را مثل $U(t)$ برای U'_i به شرح زیر حساب می‌کنیم:

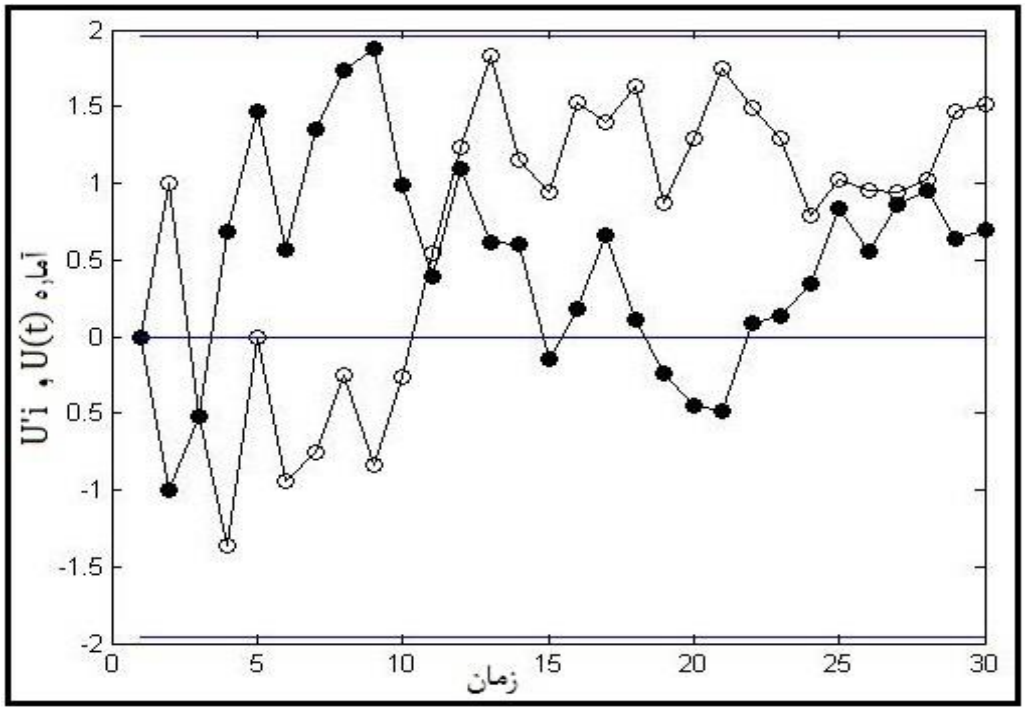
مراحل یک تا شش U'_i برای دمای ایستگاه فرضی:

جدول --: مراحل محاسبه U'_i برای دمای ایستگاه دوگنبدان

اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم
$Rank'$	t'_i	E'_i	V'_i	Zt^i_i	$U(t)'$
17	0	0	0.000	0	0.000
29	1	0.5	0.250	1	-1.000
17	1	1.5	0.917	2	-0.522
14	0	3	2.167	2	0.679
12	0	5	4.167	2	1.470
20	4	7.5	7.083	6	0.564
4	0	10.5	11.083	6	1.352
7	1	14	16.333	7	1.732
7	2	18	23.000	9	1.877
27	8	22.5	31.250	17	0.984
25	8	27.5	41.250	25	0.389
1	0	33	53.167	25	1.097
20	9	39	67.167	34	0.610
14	6	45.5	83.417	40	0.602
30	14	52.5	102.083	54	-0.148
7	4	60	123.333	58	0.180
5	2	68	147.333	60	0.659
27	15	76.5	174.250	75	0.114
25	14	85.5	204.250	89	-0.245
24	13	95	237.500	102	-0.454
17	11	105	274.167	113	-0.483
3	1	115.5	314.417	114	0.085
16	10	126.5	358.417	124	0.132

7	7	138	406.333	131	0.347
2	1	150	458.333	132	0.841
20	18	162.5	514.583	150	0.551
6	5	175.5	575.250	155	0.855
7	10	189	640.500	165	0.948
20	21	203	710.500	186	0.638
12	12	217.5	785.417	198	0.696

در مرحله آخر وقتی که $U(t)$ و $U'i$را حساب کردیم آن را در قالب یک نمودار به شرح زیر نمایش می‌دهیم. در این نمود چنانکه آماره $U(t)$ و $U'i$ خارج از محدوه ۱/۹۶ همدیگر را قطع کنند به این معنی می‌باشد که داده روند وجود دارد. چنانکه در پایین تر از ۱/۹۶ همدیگر را قطع کنند داده‌ها جهش رخ داده است. اگر در بازه مثبت باشد جهش افزایشی اگر در بازه منفی‌باشد جهش کاهشی رخ داده است. نمودار حاصل از آماره $U(t)$ و $U'i$ محاسبه شده در شکل – نمایش داده شده است.



شکل--: مقادیر آماره $U(t)$ و $U'i$ برای ایسگاه فرضی

محاسبه آزمون گرافیکی من کندال در متلب

توضیح ستون ها

ستون اول: در این ستون متغییرها آورده شده است.

ستون دوم: رتبه بندی مربوط به ستون ها می باشد. در متلب برای محاسبه رتبه بندی از این دستورات استفاده شده است:

```
a=input ('enter nam file :');
```

```
b = unique (a);
b = sort (b);
Res = [];
for i=1: length (a)
Res = [res find (a (i) == b)];
end
Rank= [a Res'];
```

ستون سوم: در این ستون می آید به رتبه ها نگاه می کند که چه تعداد رتبه کوچکتر از رتبه اول، دوم، سوم و .... وجود دارد. و برای ردیف اول همیشه صفر است چون هیچ رتبه قبل از آن قرار ندارد که کوچکتر یا بزرگتر باشد به رتبه دوم نگاه می کنیم ببینم رتبه های ماقبل چند تای آن کوچکتر است سپس جمع آن را در جلوی آن می نویسیم. برای مثال به رتبه های همین داده نگاه کنید:

rank	t_i
12	0
20	1
7	0
6	0
20	4

اگر دقت کنیم برای عدد ۲۰ چهارتا تا عدد کوچکتر از ان وجود دارد به همین خاطر عدد سه جلوی آن ذکر گردیده است در متلب برای این کار از دستور زیر استفاده شده است:

```
>>ti(i,1)=length(find(rank(1:i,1)<rank(i,1)));
```

ستون چهارم: برای محاسبه این ستون از فرمول زیر استفاده می کنیم:

$E_i = \frac{n_i(n_i - 1)}{4}$	

در این فرمول n_i شماره ردیف می باشد. برای مثال:

0
0.5
1.5
3
5

$E_i = \frac{1 \times (1-1)}{4} = 0$	
$E_i = \frac{2 \times (2-1)}{4} = 0.5$	
$E_i = \frac{3 \times (3-1)}{4} = 1.5$	

به همین ترتیب به تعدا ردیف ها محاسبات بالا انجام می گیرد. در متلب برای این کار از این دستور استفاده شده است:

Eii(j,1)=(j*(j-1))/4;

ستون پنجم: برای محاسبه این ستون از طریق فرمول زیر استفاده شده است:

$V_i = \frac{n_i(n_i-1)(2n_i+5)}{72}$	

در فرمول بالا n_i شماره ردیف می باشد. برای مثال ماه ژانویه برای ردیف چهارم:

0
0.25
0.91
2.16
4.16

$V_i = \frac{4 \times (4-1) \times (4+5)}{72} = 2.16$	

برای اجرای این دستور در متلب از دستور زیر استفاده شده است:

Vii (j, 1) = (j*(j-1)*(2*j+5))/72;

دستور ششم: در این دستور در واقع فراوانی تجمعی دستور سوم (Ti)را حساب می کند. که برای این کار در متلب از تابع (cumsum) استفاده شده است.

دستور هفتم: در این دستور که در واقع (U) را حساب می کند از فرمول زیر استفاده شده است:

$U_t = \frac{(\sum t_i - E_i)}{V_i \text{^} 0.5}$	

در این فرمول $(\sum t_i)$فراوانی های تجمعی می باشد که در ستون ششم با تابع cumsum حساب شده است و E_i در ستون چهارم حساب شده است. و V_i در ستون پنجم محاسبه شده است. برای مثال ماه ژانویه ۵ محاسبه اولیه آن آورده شده است:

U
NaN
1
0.52

$U_t = \frac{(0-0}{0\text{^}0.5} = \text{NaN}$	
$U_t = \frac{(1-0.5}{0.25\text{^}0.5} = 1$	
$U_t = \frac{(2-1.5}{0.916\text{^}0.5} 0.52$	

برای این محاسبات در متلب از دستور زیر استفاده شده است:

U= (sumti - Ei). /Vi (:).^(0.5);

به طور خلاصه دستور ۳ تا ۶ بر اساس برنامه زیر نوشته شده است:

```
for i =1: length (A);
ti(i,1)=length(find(rank(1:i,1)<rank(i,1)));
Ei (i, 1)=(i*(i-1))/4;
Vi (i,1)=(i*(i-1)*(2*i+5))/72;
Sumti=cumsum (ti);
 end
U= (sumti - Ei). /Vi (:).^( 0.5);
```

دستور هشتم: از این دستورات به بعد به محاسبه U پریم داریم. در این ستون ابتدا رتبه بندی های اولیه که در ستون دوم داشتیم از پایین به بالا مرتب می کنیم

ستون اول برای محسبات U استفاده کردیم برای محاسبات U' ابتدا رتبه بندی ها را مثل ستون دوم مرتب می کنیم. برای این عمل در متلب از دستور زیر استفاده کردم:

```
rank_ti=rank (end:-1:1, 1);
```

در این دستور rank اسم فایل مورد نظر می باشد.

سپس مراحل بعد محاسبات را دقیقا مثل U محاسبه می شوند. در این اسکریپ این بخش U' را محاسبه می‌کند:

```
For j =1:length(A);
tii(j,1)=length(find(rank_ti(1:j,1)<rank_ti(j,1)));
Eii (j,1)=(j*(j-1))/4;
Vii (j, 1)=(j*(j-1)*(2*j+5))/72;
Sumtii=cumsum(tii);
End
UU= (sumti - Eii)./Vii(:).^(0.5);
```

با تشکر- دوستکامیان